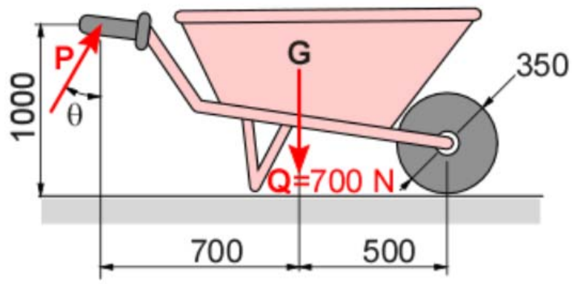
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano
Ed.: De Agostini

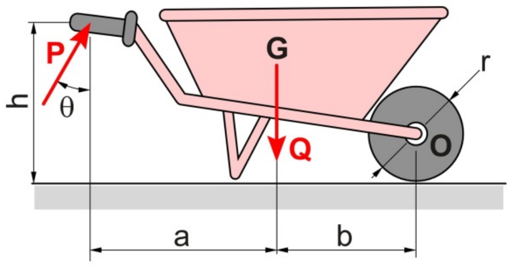
Esercizio 9.3

Siano assegnate le caratteristiche geometriche e di massa della carriola mostrata in figura: determinare la forza **P** necessaria a far avanzare la carriola a velocità costante.

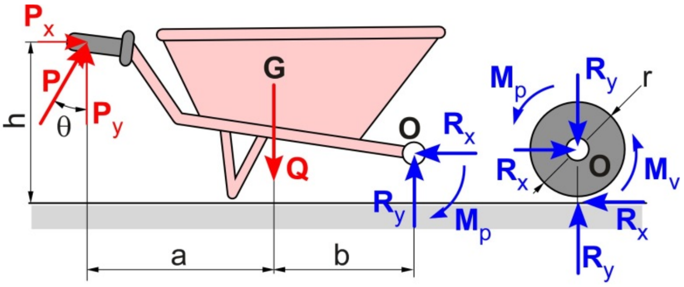
(Dati: f_v=*0,05* coefficiente di attrito volvente; f_d=*0,2* coefficiente di attrito nel perno; d_p=*30 mm* diametro del perno)



Svolgimento



Si traccia il diagramma di corpo libero di carriola e ruota, come mostrato nella figura seguente:



L’equazione di equilibrio alle rotazione della ruota si scrive:

$$-\mathrm{M}_{\mathrm{p}} - \mathrm{M}_{\mathrm{v}} + R_x r = 0 \tag{1}$$

Il momento di attrito volvente vale:

$$M_v = f_v r R_y \tag{2}$$

mentre il momento di attrito nel perno **O** si può esprimere come:

$$M_p = \rho\sqrt{R_x^2 + R_y^2} \tag{3}$$

dove il raggio ρ della circonferenza di attrito del perno vale:

$$\rho = \frac{d_p}{2}\,sen\varphi = \frac{d_p}{2}\,\frac{f_d}{\sqrt{1+f_d^2}} = 2{,}9\;mm \tag{4}$$

Sostituendo le (2) e (3) in (1) si ottiene:

$$-\rho\sqrt{R_x^2 + R_y^2} - f_v r R_y + R_x r = 0 \tag{5}$$

che esprime la relazione tra R_x ed R_y; riordinando e quadrando si ottiene:

$$\left(\rho^2 - r^2\right)R_x^2 + 2\,f_v r^2 R_x R_y + \left(\rho^2 - f_v^2 r^2\right)R_y^2 = 0 \tag{6}$$

L'equazione (6) può essere risolta per trovare il rapporto R_x/R_y:

$$R_x / R_y = \begin{cases} 0{,}0332 \\ 0{,}0668 \end{cases} \tag{7}$$

La prima soluzione non è accettabile perché porterebbe ad un momento di attrito negativo (ovvero in verso opposto a quello rappresentato in figura). Pertanto si può scrivere:

$$R_x = 0{,}0668 R_y = \lambda R_y \tag{8}$$

A questo punto si scrivano le equazioni di equilibrio della carriola:

$$\begin{cases} P_x - R_x = 0 \\ P_y + R_y - Q = 0 \\ R_x(h-r) + R_y(a-b) - Qa - M_p = 0 \end{cases} \tag{9}$$

Tenuto conto dell'espressione (3) per il momento M_p, le (9), insieme alla (8), rappresentano un sistema di 4 equazioni nelle 4 incognite P_x, P_y, R_x, R_y che può essere facilmente risolto. Per esempio si ottiene:

$$\lambda R_y(h-r) + R_y(a-b) - \rho\sqrt{\lambda^2+1}R_y = Qa \tag{10}$$

$$R_y = \frac{Qa}{\lambda(h-r)+(a-b)-\rho\sqrt{\lambda^2+1}} = 429\ N \tag{11}$$

e poi segue $R_x=P_x=29\ N$, $P_y=271\ N$ e $M_p=1{,}26\ Nm$; il modulo e l'inclinazione della forza **P** valgono pertanto $P=272\ N$, $\theta=6°$.

Una semplificazione spesso utilizzata per velocizzare i calcoli è la seguente; si risolva il problema trascurando l'attrito nel perno: il sistema di equazioni in questo modo è lineare e si ottiene, tra l'altro: $R_0=423\ N$. Il problema può ora essere risolto nel caso reale valutando il momento perduto per attrito nel perno tramite la reazione vincolare calcolata nel caso ideale: $M'_p \approx R_0\ \rho=1{,}25\ Nm$, per cui l'approssimazione, come si vede, è molto buona.