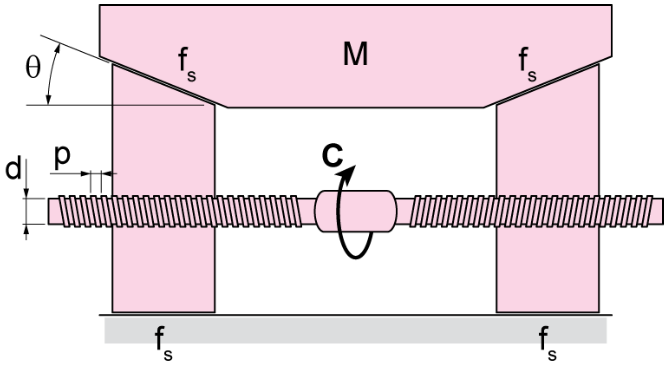
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

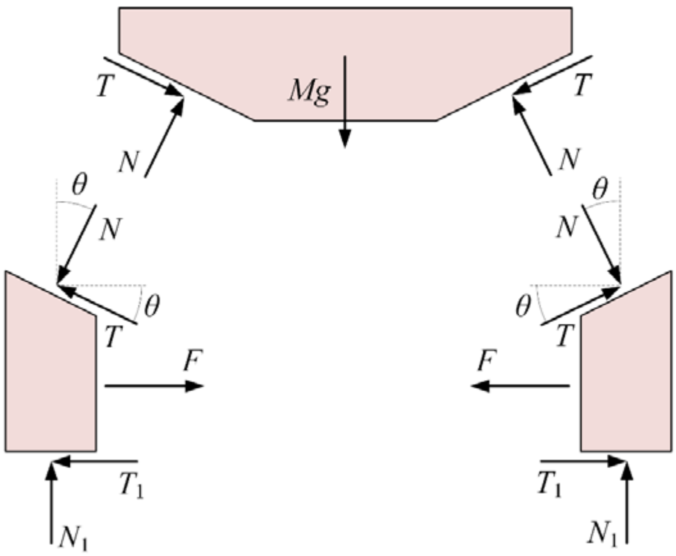
Ed.: De Agostini

Esercizio 9.5

Sia assegnato il sistema di tre blocchi in figura. Il blocco centrale di massa *M*=300 *kg* è sostenuto verticalmente da due blocchi identici e privi di massa, le cui superfici superiori sono inclinate dell'angolo θ= 20°; tali blocchi sono azionati da una vite a filetto rettangolare di passo *p*=5 *mm*, diametro medio *d*=20 *mm* ed opposto verso di avvolgimento dell'elica. Determinare la coppia **C** da applicare alla vite per far salire il blocco centrale sapendo che su tutte le superfici a contatto, comprese quelle della vite, si ha un coefficiente di attrito statico f_s=0,4.



Svolgimento



In figura vengono mostrati i diagrammi di corpo libero per i due cunei e per il blocco centrale, per i quali è quindi possibile scrivere gli equilibri di forza:

$$2N\cos(\theta) - 2T\,\text{sen}(\theta) - Mg = 0 \qquad \text{(blocco centrale)}$$

$$\begin{cases} T\,\mathrm{sen}(\theta) - N\cos(\theta) + N_1 = 0 \\ T\cos(\theta) + N\,\mathrm{sen}(\theta) + T_1 - F = 0 \end{cases} \qquad \text{(cunei)}$$

Si hanno quindi tre equazioni indipendenti nelle 5 incognite *T, N, T_1, N_1, F*. Per risolvere il sistema si devono quindi imporre le condizioni limite di aderenza sulle superfici di contatto, ovvero:

$$\begin{cases} T = f_s N \\ T_1 = f_s N_1 \end{cases}$$

Dalle cinque equazioni si ottengono le espressioni ed i valori delle incognite:

$$N = \frac{Mg}{2\left(\cos(\theta) - f_s\,\mathrm{sen}(\theta)\right)} = 1.76\ \mathrm{kN}$$

$$T = f_s \frac{Mg}{2\left(\cos(\theta) - f_s\,\mathrm{sen}(\theta)\right)} = 0.53\ \mathrm{kN}$$

$$N_1 = \frac{Mg}{2} = 1.47\ \mathrm{kN}$$

$$T_1 = f_s \frac{Mg}{2} = 0.44\ \mathrm{kN}$$

$$F = Mg \frac{\left(f_s \cos(\theta) + \mathrm{sen}(\theta)\right)}{2\left(\cos(\theta) - f_s\,\mathrm{sen}(\theta)\right)} + f_s \frac{Mg}{2} = 1.54\ \mathrm{kN}$$

Nota la forza *F* impressa dalla vite su ogni cuneo è possibile correlarla con la coppia da applicare alla manopola. Richiamando le relazioni tipiche per la coppia elicoidale nell'avvitamento e svitamento si ha:

$$\phi = \arctan\left(f_s\right) = 0.29\ \mathrm{rad}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{p}{\pi d}\right) = 0.08\ \mathrm{rad}$$

$$C = 2F\frac{d}{2}\tan\left(\alpha + \phi\right) = 11.96\ \mathrm{Nm}$$

Nel calcolo della coppia si è tenuto conto del contributo di entrambi i cunei.
Dal confronto tra ϕ e α (ovvero $\phi > \alpha$) si vede che il sistema risulta irreversibile ed è quindi necessario applicare una coppia in senso inverso per permettere al blocco centrale di scendere.